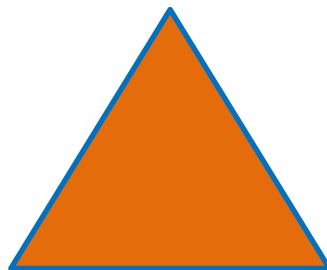




Розв'язування трикутників

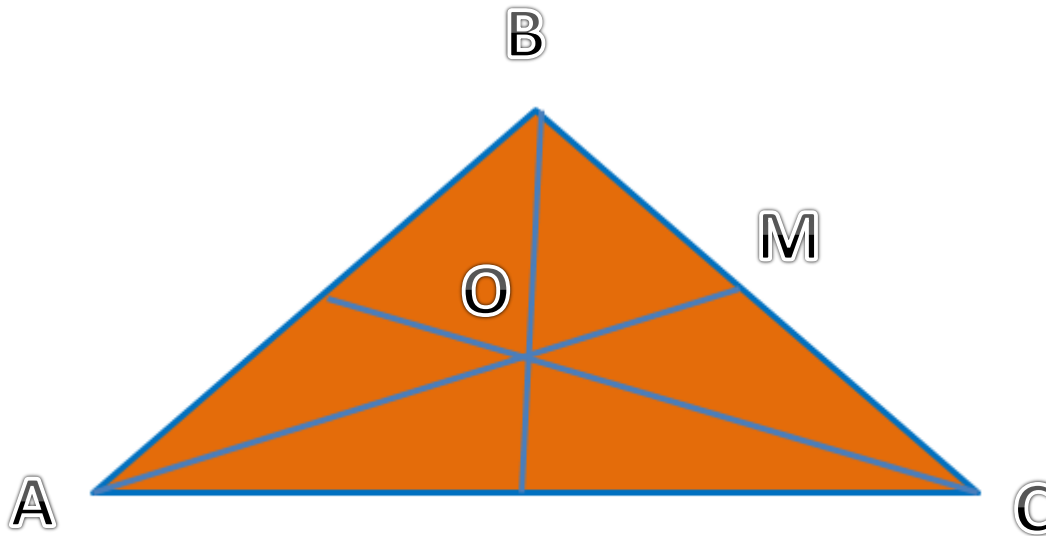


Узагальнення



Медіана трикутника

- Медіани трикутника діляться у точці перетину у відношенні 2:1, рахуючи від вершини. ($AO:OM=2:1$)



Медіана

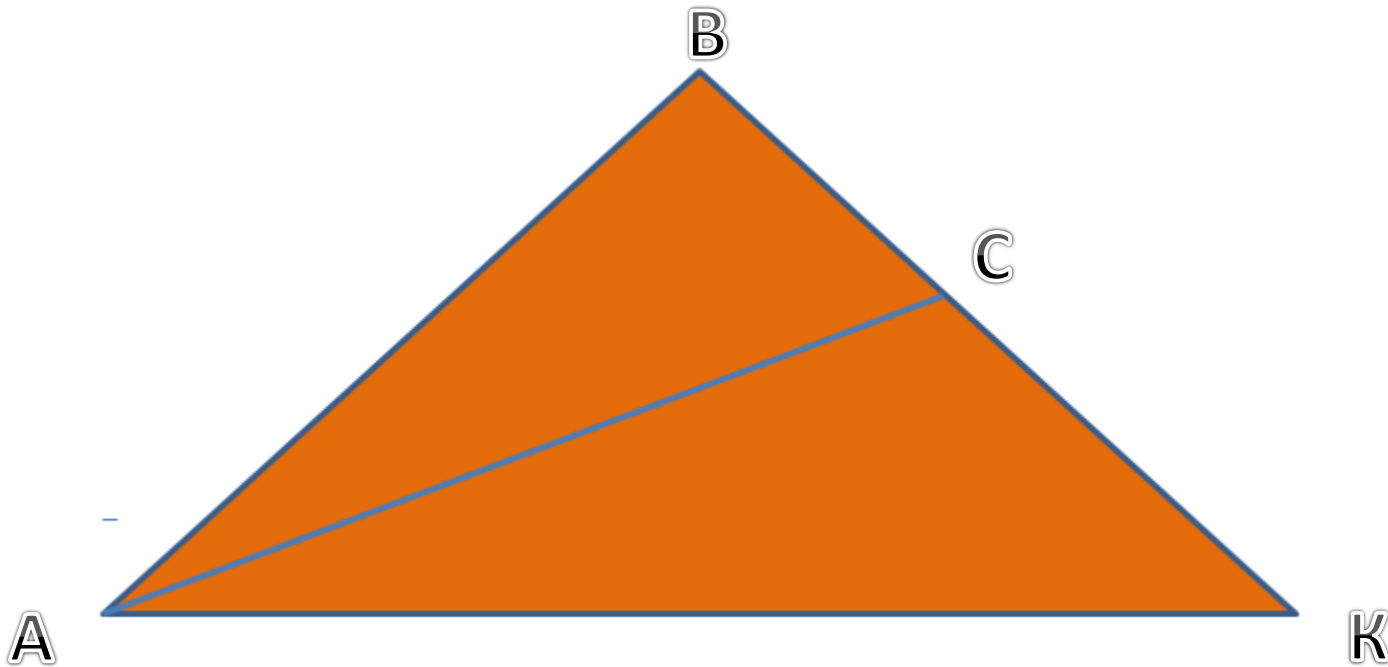
- Медіана рівностороннього трикутника дорівнює 12 см. Знайдіть відстань від точки перетину медіан до сторін трикутника.

Медіана

- *Медіана ділить трикутник на два рівновеликих трикутники (з рівними площами)*
- У трикутнику ABC BM – медіана, $\angle ABM = \alpha$, $\angle MBC = \beta$, $BM = m$.
- Визначити сторону AB

Бісектриса трикутника

- Бісектриса трикутника ділить його сторону на відрізки, пропорційні прилеглим бічним сторонам : $BC:CK=AB:AK$



Бісектриса

156. Відрізок BD — бісектриса трикутника ABC . Знайдіть:

1) відрізки AD і DC , якщо $AB = 8$ см, $BC = 14$ см, $AC = 11$ см;

2) сторону AC , якщо $AB : BC = 2 : 3$, $CD - AD = 3$ см;

3) сторони AB , BC і AC , якщо $AB + BC = 56$ см, $AD = 9$ см,
 $DC = 15$ см.

Для самостійного опрацювання

Відрізок AK — бісектриса трикутника ABC . Знайдіть:

1) відрізки BK і KC , якщо $AB = 8$ см, $AC = 12$ см, $BC = 10$ см;

2) сторону AB , якщо $BK : KC = 3 : 7$, $AC = 28$ см;

3) сторони AB і AC , якщо $AC - AB = 9$ см, $BK : KC = 4 : 7$.

Теорема синусів

$$\bullet \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \qquad R = \frac{a}{2\sin \alpha}$$

3.3.° Знайдіть сторону AB трикутника ABC , якщо $AC = \sqrt{6}$ см, $\angle B = 120^\circ$, $\angle C = 45^\circ$.

3.12.° У трикутнику DEF відомо, що $DE = 8$ см, $\sin F = 0,16$. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника DEF .

3.13.° Радіус кола, описаного навколо трикутника MKP , дорівнює 5 см, $\sin M = 0,7$. Знайдіть сторону KP .

Теорема синусів

- $$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad R = \frac{a}{2\sin \alpha}$$

3.15.: Радіус кола, описаного навколо трикутника ABC , дорівнює 6 см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника AOC , де O — точка перетину бісектрис трикутника ABC , якщо $\angle ABC = 60^\circ$.

3.16.: Використовуючи дані рисунка 3.7, знайдіть відрізок AD , якщо $CD = a$, $\angle BAC = \gamma$, $\angle DBA = \beta$.

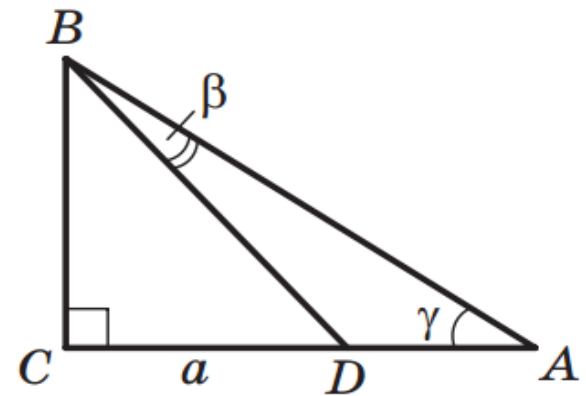


Рис. 3.7

Теорема синусів

$$\bullet \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \qquad R = \frac{a}{2\sin \alpha}$$

32. Кути трикутника дорівнюють 15° , 60° і 105° , а радіус кола, описаного навколо цього трикутника, дорівнює 40 см. Знайдіть площу трикутника (у см^2). Результат округліть до десятих, скориставшись, у разі необхідності, наближеними рівностями: $\sqrt{2} \approx 1,41$; $\sqrt{3} \approx 1,73$.

Теорема косинусів

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

2.2.° Знайдіть невідому сторону трикутника DEF , якщо:

- 1) $DE = 4$ см, $DF = 2\sqrt{3}$ см, $\angle D = 30^\circ$;
- 2) $DF = 3$ см, $EF = 5$ см, $\angle F = 120^\circ$.

Сторони трикутника дорівнюють 7 см, 8 см та 10 см. Визначити косинус найбільшого кута.

Теорема косинусів

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

- $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

2.5.° Установіть, гострокутним, прямокутним чи тупокутним є трикутник, сторони якого дорівнюють:

1) 5 см, 7 см і 9 см;

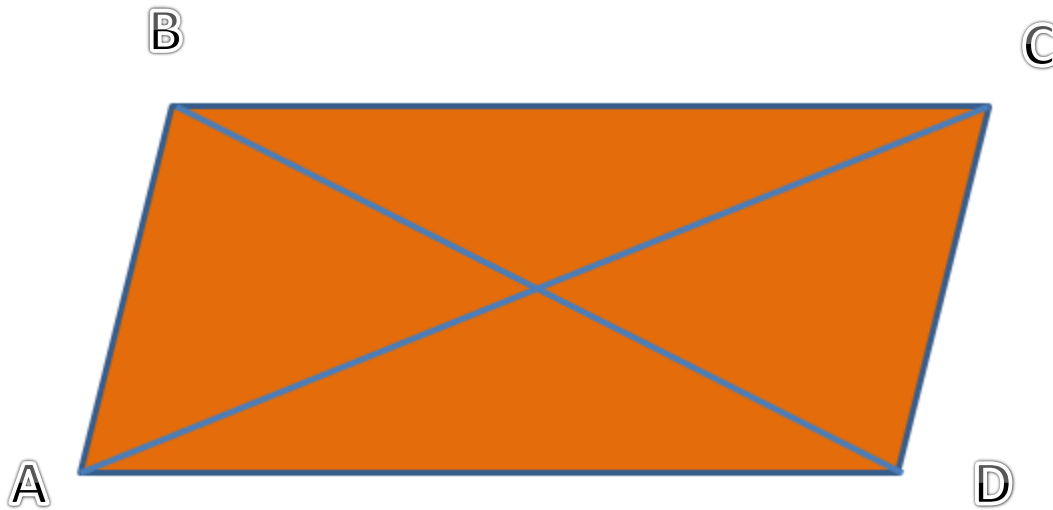
3) 10 см, 15 см і 18 см.

2) 5 см, 12 см і 13 см;

- Дано координати вершин трикутника ABC A(1;2;1), B (3;-1;2), C (0;0;4). Знайти косинус кута A трикутника.

Властивість діагоналей паралелограма

- Сума квадратів діагоналей паралелограма дорівнює сумі квадратів усіх його сторін:
- $2(AB^2 + BC^2) = BD^2 + AC^2$



Властивість діагоналей паралелограма

- Сума квадратів діагоналей паралелограма дорівнює сумі квадратів усіх його сторін:
- $2(AB^2 + BC^2) = BD^2 + AC^2$

2.32. Сторони паралелограма дорівнюють 11 см і 23 см, а його діагоналі відносяться як 2 : 3. Знайдіть діагоналі паралелограма.

42. Дві сторони трикутника дорівнюють 12 см і 14 см, а медіана, проведена до третьої сторони, — 7 см. Знайдіть невідому сторону трикутника.

Задачі ЗНО

- 1. Центр кола, вписаного у прямокутну трапецію, віддалений від кінців її бічної сторони на 75 см та 100 см. Обчисліть площу трапеції.
- 2. Бісектриса прямого кута прямокутного трикутника дорівнює $24\sqrt{2}$ та ділить гіпотенузу на відрізки у відношенні 3:4. Обчисліть периметр трикутника.

Задачі ЗНО

- 3. Діагоналі паралелограма дорівнюють 14 см та 22 см, а сторони відносяться як 6:7. Обчисліть периметр паралелограма.
- 4. У рівнобедреній трапеції діагоналі є бісектрисами тупих кутів і в точці перетину діляться на відрізки 64 см і 36 см, починаючи від вершин гострих кутів. Обчисліть периметр трапеції.

Задачі ЗНО

- 5. Рівнобічна трапеція описана навколо кола. Площа кола дорівнює $\frac{7}{4}\pi$, а трапеції $4\sqrt{7}$. Знайдіть бічну сторону трапеції.
- 6. У трикутнику ABC сторона AC=40, а медіани, проведені до AB та BC, відповідно, дорівнюють 48 та 36. Знайти площу трикутника ABC.