

ТЕСТ 4

Частина 1

Завдання 1–20 мають по 5 варіантів відповідей, з яких тільки **ОДНА ПРАВИЛЬНА**.
Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь.

1. Серед наведених чисел виберіть найбільше.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $\frac{23}{24}$ | $\frac{24}{25}$ | $\frac{25}{26}$ | $\frac{26}{27}$ | $\frac{27}{28}$ |

2. Розв'яжіть рівняння $\pi \cdot \cos x = \arcsin 0$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------------------|---|---------------------------------------|----------------------------------|-------------|
| $\frac{1}{2} + 2n, n \in Z$ | $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ | $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ | $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$ | \emptyset |

3. У класі було 25 учнів, із яких англійську мову вивчало 40%. Після канікул клас поповнило 5 новачків, причому всі вони вивчали англійську мову. Скільки відсотків учнів вивчає англійську мову після приходу новачків?

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 40% | 45% | 50% | 55% | 60% |

4. Укажіть функцію, яка зростає на проміжку $(-1; +\infty)$.

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------|---------------|--------------------|----------------|-----------|
| $y = -\frac{2}{x}$ | $y = x - 2 $ | $y = \sqrt{2 - x}$ | $y = \log_2 x$ | $y = 2^x$ |

5. Обчисліть $\sqrt{2\sqrt{8}} - \sqrt{4\sqrt{2}}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|-----------------|--------------------|-------------|----------------------------|
| 0 | $4 - 2\sqrt{2}$ | $4 - 2\sqrt[4]{2}$ | $2\sqrt{2}$ | $2\sqrt[4]{2} - 2\sqrt{2}$ |

6. У трикутнику один із кутів дорівнює 30° , а різниця двох інших становить 50° . Знайдіть найбільший кут трикутника.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| 80° | 90° | 100° | 110° | 120° |

7. Відомо, що $f(x) = \sqrt{x} + 1$, $g(x) = x^2$, $h(x) = f(g(x))$. Знайдіть $h(-1)$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----|---|---|---|---|
| -1 | 0 | 1 | 2 | функція $h(x)$ невизначена в точці $x = -1$ |

8. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{-x} \leq 2$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------------|-----------------|------------------|-----------------------|-------------|
| $x \in (-\infty; -4]$ | $x \in [-4; 0]$ | $x \in [0; 4]$. | $x \in [-4; +\infty)$ | \emptyset |

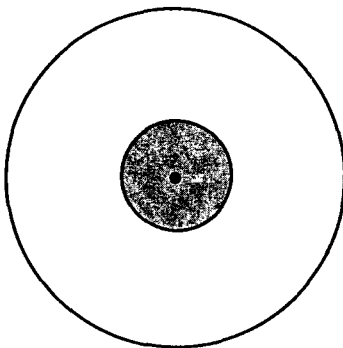
9. У правильній чотирикутній призмі бічне ребро дорівнює 3 см, а площа повної поверхні $S = 32 \text{ см}^2$. Знайдіть сторону основи призми.

| А | Б | В | Г | Д |
|------|-------------------|----------------|------|-------------------|
| 2 см | $2\frac{1}{3}$ см | $2\sqrt{7}$ см | 3 см | $3\frac{1}{2}$ см |

10. Відомо, що $\cos \alpha - \sin \alpha = 0,5$, а $\cos \alpha + \sin \alpha = 0,7$. Знайдіть $\cos 2\alpha$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|------|------|-----|----------------|
| 1,4 | 0,35 | -0,2 | 0,2 | $-\frac{5}{7}$ |

11. У крузі діаметра $d = 6$ см навмання обирають точку. Яка ймовірність того, що вона буде віддалена від центра круга не більш ніж на 1 см?



| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|----------------|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{1}{36}$ | $\frac{1}{18}$ | $\frac{1}{9}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{3}$ |

12. Закон руху матеріальної точки задано функцією $S = t^2 + t + 2$, де S — відстань від початку відліку в метрах, а t — час від початку руху в секундах. Знайдіть миттєву швидкість матеріальної точки через 3 секунди після початку руху.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 7 м/с | 9 м/с | 5 м/с | 8 м/с | 6 м/с |

13. У круг радіуса $r = 2$ вписано правильний шестикутник. Знайдіть площу шестикутника.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------|-------------|-------------|----|-------------|
| $\sqrt{27}$ | $2\sqrt{6}$ | $8\sqrt{2}$ | 12 | $6\sqrt{3}$ |

14. Якщо $\log_c a = x$, а $\log_c b = y$, то $\frac{x+y}{2} = \dots$

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------------------------------|--------------------------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| $\log_c \left(\frac{a+b}{2} \right)$ | $\log_c \left(\frac{ab}{2} \right)$ | $\log_c \sqrt{a+b}$ | $\log_c \sqrt{ab}$ | $\sqrt{\log_c ab}$ |

15. Укажіть множину значень функції $y = \frac{1}{2 + \sin x}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------------|-----------|----------|---------------------------------|---------------------------------|
| $(-\infty; +\infty)$ | $[-1; 1]$ | $(0; 1]$ | $\left[0; \frac{1}{2} \right]$ | $\left[\frac{1}{3}; 1 \right]$ |

16. Скільки розв'язків має рівняння $\lg x + \lg(x+1) = \lg 2$?

| А | Б | В | Г | Д |
|---------|------|-----|--------|-----------------|
| жодного | один | два | чотири | більше чотирьох |

17. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями: $y = 0$; $y = 3x$; $y = 4 - x$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|-----|---|-----|-----|
| 6 | 4,5 | 4 | 1,5 | 0,5 |

18. В арифметичній прогресії третій член дорівнює 25, а шостий дорівнює 10. Знайдіть різницю прогресії.

| А | Б | В | Г | Д |
|----|---|----|-----|-----|
| 15 | 5 | -5 | -15 | 7,5 |

19. Укажіть найбільший натуральний розв'язок нерівності $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{x^2} \geq \frac{1}{4}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 8 |

20. Об'єм конуса дорівнює 100π см³, а радіус основи $r = 5$ см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 30π см ² | 45π см ² | 55π см ² | 65π см ² | 75π см ² |

Частина 2

Розв'яжіть завдання 21–36. Запишіть відповідь ДЕСЯТКОВИМ ДРОБОМ.

21. Розв'яжіть рівняння $(x^2 + 8x)(x^2 + 8x - 6) - 280 = 0$. У відповіді вкажіть суму всіх дійсних коренів рівняння.

Відповідь: _____

22. (Задача зі збірника задач з математики XIX ст.) Хазяїн обіцяв наймиту за рік роботи 10 карбованців і свитку. Однак через 7 місяців наймит вирішив піти і при розрахунку одержав 4 карбованці і свитку. Скільки карбованців коштувала свитка?

Відповідь: _____

23. Обчисліть $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{2}}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7} + \sqrt{2}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$.

Відповідь: _____

24. Розв'яжіть нерівність $(2x + 3)^2 - (x + 1)(x - 10) < 43$. У відповідь запишіть кількість цілих розв'язків. Якщо цілих розв'язків нескінченна кількість, то у відповідь запишіть число 100.

Відповідь: _____

25. При яких значеннях параметрів a і b графік функції $y = x^2 + ax + b$ проходить через точки $A(1; -1)$ і $B(3; -3)$? У відповідь запишіть добуток параметрів a і b .

Відповідь: _____

26. Знайдіть кількість коренів рівняння $\frac{\cos x + 5 \sin x}{\cos x + 3 \sin x} = 2$ на проміжку $[-\pi; 2\pi]$.

Відповідь: _____

27. Знайдіть ту первісну $F(x)$ функції $f(x) = \frac{8}{\sqrt{4x+1}}$, графік якої проходить через точку $M(2;14)$.
У відповідь запишіть значення $F(6)$.

Відповідь: _____

28. Обчисліть значення виразу $\frac{1 + \log_a^3 b}{\log_a ab(\log_b a - 1 + \log_a b)}$ при $a = \sqrt[3]{4}$, $b = \sqrt{2}$.

Відповідь: _____

29. Дано координати вершин трикутника ABC : $A(1; 2; 1)$, $B(3; -1; 2)$, $C(0; 0; 4)$. Знайдіть косинус кута A трикутника.

Відповідь: _____

30. Знайдіть знаменник геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_1 - b_4 = 9$, а $b_2 + b_3 + b_4 = -6$.

Відповідь: _____

31. Число 10 записали у вигляді суми двох чисел, добуток яких найбільший. Знайдіть суму квадратів цих чисел.

Відповідь: _____

32. Кути трикутника дорівнюють 15° , 60° і 105° , а радіус кола, описаного навколо цього трикутника, дорівнює 40 см. Знайдіть площу трикутника (у см^2). Результат округліть до десятих, скориставшись, у разі необхідності, наближеними рівностями: $\sqrt{2} \approx 1,41$; $\sqrt{3} \approx 1,73$.

Відповідь: _____

33. При якому НАЙМЕНШОМУ значенні параметра a рівняння $(a^2 - 1)x^2 + (2a - 1)x + 1 = 0$ має рівно один корінь.

Відповідь: _____

34. Розв'яжіть нерівність $10^x - 5 \cdot 2^x - 8 \cdot 5^x + 40 \leq 0$. Якщо розв'язок нерівності є відрізком, то у відповідь запишіть його довжину. Якщо розв'язок нерівності є нескінченним проміжком, то у відповідь запишіть число 100.

Відповідь: _____

35. Знайдіть область визначення функції $y = \log_{x+3}(8 - 7x - x^2)$. У відповідь запишіть кількість цілих чисел, які належать області визначення.

Відповідь: _____

36. Переріз циліндра, паралельний його осі, є квадратом зі стороною 2 см. Цей переріз перетинає нижню основу циліндра по хорді, яку видно із центра цієї основи під кутом 90° . Знайдіть об'єм циліндра (у см^3). Відповідь округліть до сотих, використавши, у разі необхідності, наближену рівність $\pi \approx 3,14$.

Відповідь: _____

Частина 3

Розв'язання завдань 37–38 повинно мати обґрунтування. Запишіть послідовні логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями.

37. Трикутник ABC , сторона AB якого дорівнює 4 см і кут A дорівнює 60° , вписано в коло радіуса $2\sqrt{3}$ см. Знайдіть:

- довжину сторони BC ;
- довжину середньої лінії трикутника, яка паралельна AC ;
- відстань між точками кола, у яких пряма, що містить середню лінію трикутника ABC , паралельну до сторони AC , перетинає коло.

38. Задана нерівність $|x + a| + |y + 2a| \leq 1$.

- Обчисліть площу фігури, яка визначається розв'язками нерівності при $a = 0$.
- Знайдіть значення a , при яких геометрична фігура має лише одну спільну точку з віссю ординат.
- Визначте максимальне значення параметра a , при якому вісь абсцис ділить задану фігуру на дві частини, площі яких відносяться як 1 : 7.

